

COMPORTAMIENTO DINÁMICO EN PLACAS PLANAS DE UNA ALEACIÓN DE ALUMINIO

P. M. Ciancio ⁽¹⁾, L. O. Pico ⁽¹⁾, C. A. Rossit ⁽²⁾

(1) Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, ARGENTINA.

(2) Departamento de Ingeniería, Instituto de Mecánica Aplicada, CONICET, Universidad Nacional del Sur, ARGENTINA.

E-mail: pciancio@fio.unicen.edu.ar

RESUMEN

La combinación de ligereza con resistencia y alta conductividad eléctrica y térmica son las características y propiedades que convirtieron al aluminio y sus aleaciones en materiales importantísimos para la construcción de aviones, automóviles, máquinas de transporte, para su utilización en electrotecnia, fabricación de motores de combustión interna, etc.

Dentro de las tipologías estructurales con las que trabaja el ingeniero se encuentran las placas planas delgadas. Es entonces relevante que cuente con información al momento del diseño acerca de parámetros que tienen notable influencia en su comportamiento.

Las placas conformadas por una aleación de aluminio 6061 T6, presentan una particular ventaja frente a las de acero dado que para espesores menores que 100 mm, tienen una relación resistencia/peso específico mayor. Desde el punto de vista de la dinámica estructural es relevante conocer las frecuencias naturales de vibraciones transversales libres en esta tipología estructural, dado que se encuentran relacionadas directamente con su rigidez y por ende con la detección de posibles fallas.

Por otro lado, sus condiciones de confinamiento, como parte de un sistema estructural, tienen una marcada influencia sobre las frecuencias naturales, como también su espesor y la relación de aspecto entre sus lados (a/b).

En este trabajo se presenta una metodología basada en el Método de Ritz para determinar las frecuencias naturales de placas planas delgadas rectangulares conformadas por la aleación de aluminio mencionada, para distintas relaciones de aspecto, espesores y condiciones de contorno. Los resultados son cotejados con los obtenidos mediante la aplicación de un software que aplica el Método de Elementos Finitos.

Los resultados muestran para los casos analizados que para una relación de aspecto constante entre los lados de la placa es significativo el aumento de las frecuencias naturales a partir de un determinado espesor de la placa. Por otro lado las restricciones en los contornos de la placa que detectan mayor rigidez en ellos, ocasionan un incremento en las magnitudes de las frecuencias naturales. Es la placa cuadrada la que presenta los resultados de mayores frecuencias en relación a las restantes relaciones de aspecto consideradas.

Al efectuar un análisis similar con un material como el acero se observan iguales consideraciones que para el caso de la aleación de aluminio, y las magnitudes de las frecuencias revisten prácticamente los mismos valores con alguna mínima diferencia para las frecuencias y espesores más altos.

Tópico: 2

Palabras clave: vibraciones libres, dinámica estructural, placas aluminio, frecuencias naturales.

1. INTRODUCCIÓN

Diferentes componentes conformados por aleaciones de aluminio son utilizados en aplicaciones de ingeniería civil, naval, automotriz, aeroespacial, acústica, entre otras; siendo amplísimo el espectro de alternativas y variantes a analizar ya sea desde el punto de vista de la caracterización de la microestructura de la aleación utilizada como del comportamiento macroscópico [1-3].

Las aleaciones de aluminio constituyen materiales de suma importancia para aplicaciones estructurales. La aleación de aluminio más usual a los fines estructurales es la 6061 T6, que presenta una relación resistencia / peso que la torna ventajosa en relación al acero de bajo contenido en carbono cuando la carga muerta tiene un rol relevante y muchas veces definitorio en el diseño de componentes estructurales.

El ingeniero orientado a las estructuras trabaja habitualmente con componentes que clasifican como placas planas delgadas. Es entonces necesario que cuente con información acerca de su comportamiento bajo distintos escenarios. Si se trata de conocer el desempeño dinámico de dichas placas, las frecuencias naturales de vibración transversal se encuentran entre los parámetros que revisten notable interés, dado que se encuentran relacionadas directamente con la rigidez de las placas y por ende con la detección de posibles fallas en su dominio. Por otro lado, las condiciones de borde de las mismas, al formar parte de un sistema estructural, condicionan el desempeño dinámico, como también el espesor y la relación de aspecto entre sus lados.

En este trabajo se presenta la incidencia que ejercen sobre las frecuencias naturales de placas planas rectangulares delgadas las condiciones de contorno, diferentes espesores, y distintas relaciones entre sus lados. Se analizan placas simplemente apoyadas y totalmente empotradas en sus cuatro bordes, constituidas por una aleación de aluminio 6061 T6 y de acero con bajo contenido de carbono. Se emplea una metodología basada en el Método de Ritz para la determinación de frecuencias naturales y un software que emplea el Método de Elementos Finitos (MEF).

2. SOLUCIÓN ANALÍTICA

El caso que nos ocupa es el de una placa rectangular de lados a y b sometida a vibraciones libres, de acuerdo a la teoría clásica de placas delgadas [4].

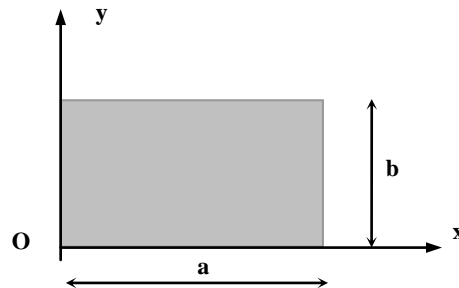


Figura 1. Geometría de la placa

Conviene enfatizar el hecho de que la teoría clásica de placas vibrantes es útil en una multitud de problemas que van desde las aplicaciones relativamente frecuentes como acción de un motor montado sobre una losa, al análisis de elementos sumamente sofisticados como la lente de un telescopio transportado en un vehículo espacial.

La ecuación que gobierna el problema de la placa rectangular en vibraciones transversales libres es:

$$D\nabla^4 w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

en la cual D representa la rigidez flexional de la placa que es igual a $E \cdot h^3 / 12(1-\nu^2)$, E es el módulo de elasticidad, ν representa el coeficiente de Poisson, h el espesor de la placa, w es la deflexión transversal o desplazamiento normal al plano medio de la placa durante la vibración medida a partir de la posición de reposo, ρ es la densidad específica del material, t el tiempo.

En este trabajo se presentan placas simplemente apoyadas y empotradas en los cuatro bordes respectivamente.

a) Bordes simplemente apoyados

El problema clásico más simple lo constituye el de la placa con sus cuatro bordes apoyados, para el cual las condiciones de contorno son:

$$w = 0 \quad M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \quad x=0, x=a \quad (2)$$

$$w = 0 \quad M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0 \quad y=0, y=b \quad (3)$$

Aplicando en la ecuación (1) el clásico método de separación de variables, la función espacial de la solución determina la forma del modo natural o normal de vibración.

Con las condiciones de borde de este caso se obtiene la ecuación de frecuencia de la placa simplemente apoyada. Sus autovalores corresponden a las frecuencias naturales de la placa. Con cada frecuencia natural se tendrá asociada la correspondiente función modal o autofunción. El comportamiento dinámico de la placa será una superposición de las formas modales normales.

De esta manera, como es sabido, las frecuencias naturales ω_{mn} para este caso de sustentación de la placa responden a:

$$\omega_{mn} = \pi^2 \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right] \quad (4)$$

siendo conveniente definir el coeficiente de frecuencia Ω_{mn} (adimensional):

$$\Omega_{mn} = \sqrt{\frac{\rho h}{D}} \omega_{mn} a^2 = \pi^2 \left[m^2 + \left(\frac{na}{b} \right)^2 \right] \quad (5)$$

b) Bordes empotrados

El caso de la placa rectangular empotrada en sus cuatro bordes ha sido considerado como uno de los más complejos de la elastomecánica clásica. Las condiciones de borde para este caso se reducen a:

$$w = 0 \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad x=0, x=a \quad (6)$$

$$w = 0 \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad y=0, y=b \quad (7)$$

Su solución exacta conduce a un determinante-ecuación de orden infinito. Por esta razón este caso es resuelto en general y por razones de practicidad, mediante métodos aproximados.

Una técnica frecuentemente utilizada ha sido desarrollar la función desplazamiento de la placa en términos de funciones coordenadas constituidas por “funciones viga” en las direcciones x e y, siendo estas funciones las soluciones exactas de problemas de vigas vibrantes. El determinante-ecuación es, en cada caso, generado mediante la aplicación del potente y clásico método de Ritz. Este método es una técnica analítica aproximada propuesta por Lord Rayleigh y marca los inicios de los métodos variacionales fundamentales para la solución de problemas de la mecánica del continuo. Años más tarde Ritz hizo una extensión de la misma.

Dado que la determinación de las frecuencias es un problema de autovalores, y los métodos variacionales generan cotas superiores, es que el método de Ritz efectúa la optimización minimizando el funcional con respecto al parámetro de ponderación de la solución aproximada.

Al aplicar un método energético se supone que la placa sometida a una perturbación transversal a su plano medio experimenta flexión lateral compatible con las condiciones de contorno. Esta flexión puede originarse sin extensión del plano medio y sólo se necesita considerar la energía de flexión y la energía del movimiento de la masa vibrante.

Así es que durante la vibración libre el sistema está experimentando un movimiento armónico y se cumple el siguiente equilibrio energético entre la energía cinética máxima $T_{\text{máx}}$ y la energía máxima de deformación elástica $U_{\text{máx}}$

$$T_{\text{máx}} = U_{\text{máx}} \quad (8)$$

la expresión del funcional de energía será:

$$J W = U_{(\text{máx})} - T_{(\text{máx})} \quad (9)$$

Cuando se analizan los problemas de vibraciones libres, es posible aplicar separación de variables y considerar al campo de desplazamientos de la forma:

$$w(x, y, t) = W(x, y) e^{i\omega t} \quad (10)$$

donde ω es la frecuencia circular natural de vibración, t el tiempo y $W(x, y)$ es la amplitud de los desplazamientos. La amplitud de los desplazamientos se representan por una combinación lineal de funciones coordenadas denominadas *funciones viga*, que satisfacen las condiciones de borde esenciales:

$$W_a(\bar{x}, \bar{y}) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N b_{mn} X_m(\bar{x}) Y_n(\bar{y}) \quad (11)$$

Esas funciones denotadas como $X_m(\bar{x}), Y_n(\bar{y})$ representan la forma de los modos normales de vibración natural de una viga Bernoulli-Navier cuyas condiciones de sustentación coinciden con las de los bordes opuestos de la placa en las respectivas direcciones coordenadas cartesianas, y los b_{mn} son coeficientes arbitrarios. Las funciones viga están representadas en coordenadas naturales $\bar{x} = x/a, \bar{y} = y/b$; M y N son números enteros que indican la cantidad de términos que se consideran en cada función coordenada. Dichas funciones, en cada dirección coordenada, son las correspondientes funciones normales de una viga con sus extremos empotrados:

$$X_n(\bar{x}) = \cosh k_n \bar{x} - \cos k_n \bar{x} - \frac{\cos k_n L - \cosh k_n L}{\sin k_n L - \sinh k_n L} \sinh k_n \bar{x} - \sin k_n \bar{x} \quad (12)$$

De este modo el funcional de energía resulta:

$$J W_a = \frac{D}{2} \iint_A \left[\left(\frac{\partial^2 W_a}{\partial \bar{x}^2} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial^2 W_a}{\partial \bar{x}^2} \cdot \frac{\partial^2 W_a}{\partial \bar{y}^2} + \left(\frac{\partial^2 W_a}{\partial \bar{y}^2} \right)^2 + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 W_a}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}} \right)^2 \right] d\bar{x} d\bar{y} - \frac{1}{2} \rho h \omega^2 \iint_A W_a^2 d\bar{x} d\bar{y} \quad (13)$$

En el cual no se consideraron los efectos de deformación por corte, y no se incluyen efectos de amortiguamiento del material.

Siguiendo la metodología de Ritz, se minimiza dicho funcional con respecto a cada uno de los coeficientes b_{mn} .

$$\frac{\partial J W_a}{\partial b_{mn}} = 0 \quad , \quad m = 1, 2, \dots, M \quad , \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (14)$$

Resulta así un sistema homogéneo de $M \times N$ ecuaciones lineales en esos coeficientes. La solución no trivial del sistema conduce a un determinante - ecuación en las frecuencias naturales del sistema. Sus raíces representan el parámetro dinámico a determinar: los coeficientes de frecuencias naturales de la placa rectangular:

$$\Omega_i = \sqrt{\frac{\rho h}{D}} \omega_i a^2 \quad (15)$$

que es análoga a la ecuación (5). Cabe destacar la ventaja del método de Ritz para casos en que la placa presenta otras condiciones de borde combinadas entre las clásicas empotrada, apoyada o libre.

Otra técnica numérica, ampliamente utilizada en la actualidad para obtener soluciones aproximadas a problemas de diversas disciplinas es el método de elementos finitos; siendo el método de Ritz, entre otros, quien constituye el fundamento de esa técnica computacional. El concepto de optimización de Rayleigh fue introducido en formulaciones de elementos finitos por investigadores tales como Newberry et. al.[5], Laura et. al.[6] y Utjes et.al.[7]. En este trabajo se utiliza el software ALGOR[®] [8] que utiliza la técnica de elementos finitos que será una referencia para los resultados obtenidos en forma analítica.

3. RESULTADOS OBTENIDOS Y CONSIDERACIONES

Características de los materiales considerados [9]

A) Propiedades de aleación de aluminio 6061 T6

Módulo de elasticidad longitudinal: $E = 71000$ MPa, Módulo de corte: $G = 26700$ MPa, Coeficiente de Poisson en período elástico: $\nu = 0,33$, Coeficiente de dilatación térmica: $\alpha = 23 \times 10^{-6}$ cm/cm°C, Peso específico: $\gamma = 27,0$ kN/m³

B) Propiedades del acero estructural

Módulo de elasticidad longitudinal: $E = 200000$ MPa, Módulo de corte: $G = 77200$ MPa, Coeficiente de Poisson en período elástico: $\nu = 0,30$, Coeficiente de dilatación térmica: $\alpha = 12 \times 10^{-6}$ cm/cm°C, Peso específico: $\gamma = 77,3$ kN/m³

Se determinan los valores de los primeros cinco coeficientes de frecuencias que se muestran en la Tabla 1 para el caso de placa con sus cuatro bordes apoyados y diferentes relaciones entre sus lados. Obsérvese, como era de esperar, para la placa cuadrada ($\lambda=1$) la coincidencia entre el segundo y tercer coeficiente dada la isotropía del material.

Tabla 1. Coeficientes Ω_i para placas rectangulares simplemente apoyadas en función de su relación de aspecto λ

$\lambda=a/b$	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5
2/5	11.448	16.186	24.081	35.135	41.057
2/3	14.256	27.415	43.864	49.348	57.024
1	19.739	49.348	49.348	78.957	177.653
3/2	32.076	61.685	98.696	111.033	128.305
5/2	71.554	101.163	150.511	219.599	256.610

Los valores de los coeficientes de frecuencias de la Tabla 1 concuerdan en forma excelente con los obtenidos por Leissa [10]. En base a la expresión (5) se determinan las primeras cinco frecuencias naturales en ciclos / s, considerando diferentes espesores. En los gráficos de la figura 2 aparecen las frecuencias vs espesores para diferentes relaciones de lados de la placa simplemente apoyada rectangular formadas por la aleación de aluminio 6061 T6. Se consideraron los siguientes espesores: 0.635; 1.27; 2.54; 5.08; 7.62 expresados en cm. Se adopta para a: 2 m y 1 m, para $a/b=2/5$, $2/3$ y 1, respectivamente.

Del análisis de la figura 2 surge que las frecuencias naturales aumentan con el espesor. Esto se cumple para las cinco frecuencias determinadas y en todas las relaciones de aspecto consideradas. Para la placa cuadrada se producen los mayores valores de frecuencias; debido a que esa relación de lados le otorga mayor rigidez frente a las restantes de $2/5$ y $2/3$. Los valores menores de frecuencias aparecen a medida que la forma de la placa se aleja más de la cuadrada ($2/5$). Lógicamente al ser las placas isotrópicas, las frecuencias para placas con relaciones de aspecto de $3/2$ y $5/2$ son iguales a las de $2/3$ y $2/5$ respectivamente. Este hecho no se aprecia al observar los valores adimensionales de la Tabla 1.

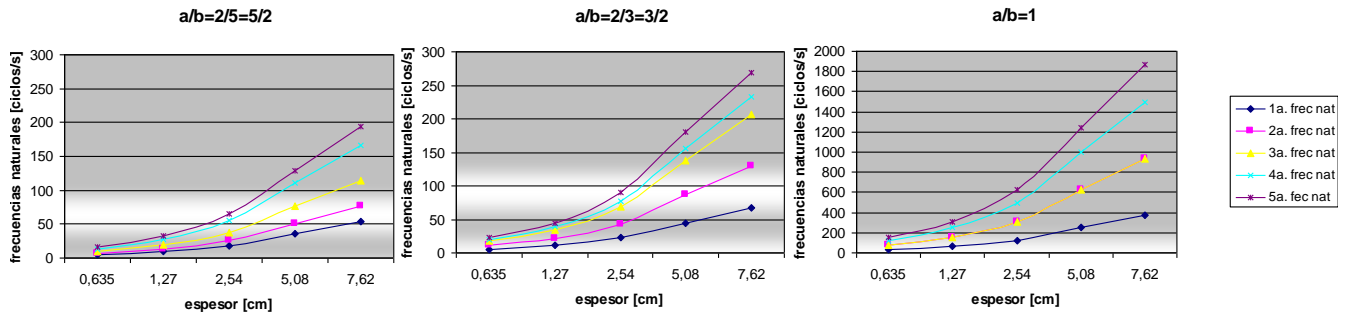


Figura 2. Variación de las frecuencias naturales para placas rectangulares de aleación de aluminio simplemente apoyadas

Para la utilización del software ALGOR[®] se generaron placas con una malla de 10 x 10 elementos. Los resultados obtenidos con ALGOR[®] para los casos de placas simplemente apoyadas del material de aleación de aluminio comparados con los obtenidos analíticamente prácticamente no difieren para las relaciones de aspecto de 2/3 y 2/5, las diferencias son más notables en el caso de la placa cuadrada. Para ese caso se transcriben en la Tabla 2 los respectivos valores obtenidos empleando ambas alternativas.

Tabla 2. Comparación de frecuencias naturales en placas cuadradas simplemente apoyadas de aleación de aluminio utilizando el método analítico y MEF

Espesor		ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
1,27	Método Ritz	62,2016	155,5057	155,5057	248,8097	311,0113
	MEF	62,4606	156,531	156,533	253,007	313,131
2,54	Método Ritz	124,4033	311,9113	311,0113	497,6194	622,0226
	MEF	124,921	313,062	131,066	506,014	626,263
7,62	Método Ritz	373,2098	933,0339	933,0339	1492,8581	1866,0679
	MEF	375,764	939,185	939,197	1518,04	1878,79

Para la placa empotrada se observan en la Tabla 3 los coeficientes de frecuencias obtenidos utilizando el Método de Ritz, considerando $N=M=10$, (logrando convergencia) lo que arroja 100 términos en la función aproximante. Los coeficientes de la Tabla 3 están en un total acuerdo con los de la referencia [10].

Tabla 3. Coeficientes de frecuencias naturales Ω_i para placas empotradas en función de su relación de aspecto λ

$\lambda=a/b$	Material	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5
2/5	Isótropo	23.648	27.817	35.446	46.702	61.554
2/3		27.010	41.716	66.143	66.552	79.850
1		35.992	73.413	73.413	108.27	131.64
3/2		60.772	93.860	148.820	149.740	179.660
5/2		147.80	173.85	221.54	291.89	384.71

En la figura 3 se grafican para la placa empotrada y distintas relaciones de lados y espesores las frecuencias naturales dadas en ciclos/s.

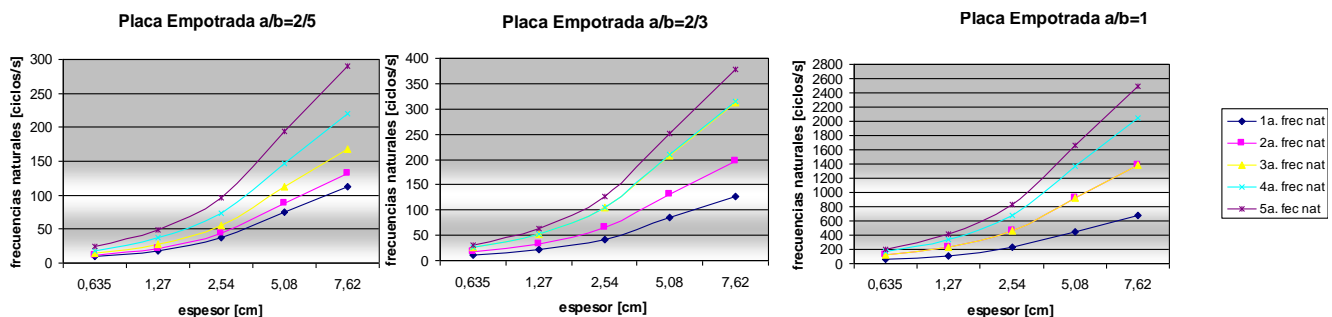


Figura 3. Variación de las frecuencias naturales para placas rectangulares de aleación de aluminio empotradas

Se observa que al tener la placa mayores restricciones en los bordes en comparación con la condición simplemente apoyada, las frecuencias son más elevadas. Asimismo revisten menores diferencias entre sí al pasar de una relación de aspecto de 2/5 a 2/3 comparado con el caso de placa apoyada. En la Tabla 4 se cotejan los resultados del procedimiento analítico y de la aplicación del software.

Tabla 4. Comparación de frecuencias naturales en placas cuadradas empotradas utilizando el método analítico y MEF

Espesor [cm]		ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
1,27	Método Ritz	113,4182	231,3394	231,3394	341,1809	414,8246
	MEF	114,374	233,797	233,797	349,418	418,543
2,54	Método Ritz	226,8363	462,6787	462,6787	682,3618	829,6491
	MEF	228,747	467,593	467,593	698,835	837,086
7,62	Método Ritz	680,5089	1388,0363	1388,0363	2047,0856	2488,9476
	MEF	686,241	1402,78	1402,78	2096,51	2511,26

Al efecto de comparar los materiales A) y B) antes especificados se muestran en las Tablas 5 a 8 los valores de las primeras cinco frecuencias para dos relaciones de aspecto, espesores y sustentación indicadas, obtenidos con la aplicación del método de Ritz.

Tabla 5 Frecuencias ω [ciclos/s] para placas simplemente apoyadas de aleación de aluminio y de acero $\lambda=2/5$

Espesor [cm]	Material	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
0.635	AA 6061 T6	4.5094	6.3757	9.4855	13.8397	16.1724
	Acero	4.5446	6.4255	9.5596	13.9478	16.2987
2.54	AA 6061 T6	18.0375	25.5027	37.9421	55.3588	64.6895
	Acero	18.1784	25.7019	38.2385	55.7913	65.1949
5.08	AA 6061 T6	36.075	51.0054	75.8842	110.7176	129.379
	Acero	36.3568	51.4039	76.4770	111.5826	130.3898
7.62	AA 6061 T6	54.1125	76.5081	113.8262	166.0764	194.0665
	Acero	54.5352	77.1058	114.7155	167.3739	195.5847

Tabla 6. Frecuencias ω [ciclos/s] para placas simplemente apoyadas de aleación de aluminio y de acero $\lambda=1$

Espesor [cm]	Material	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
0.635	AA 6061 T6	31.1008	77.7528	77.7528	124.4048	155.5057
	Acero	31.3438	78.3603	78.3603	125.3768	156.7206
2.54	AA 6061 T6	124.4033	311.9113	311.0113	497.6194	622.0226
	Acero	125.3752	313.4411	313.4411	501.5071	626.8822
5.08	AA 6061 T6	248.8065	622.0226	622.0226	995.2387	1244.0452
	Acero	250.7504	626.8822	626.8822	1003.0141	1253.7645
7.62	AA 6061 T6	373.2098	933.0339	933.0339	1492.8581	1866.0679
	Acero	376.1255	940.3234	940.3234	1504.5212	1880.6467

Tabla 7. Frecuencias ω [ciclos/s] para placas empotradas de aleación de aluminio y de acero $\lambda=2/5$

Espesor [cm]	Material	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
0.635	AA 6061 T6	9.3150	10.9571	13.9622	18.3959	24.2462
	Acero	9.3877	11.0427	14.0713	18.5397	24.4356
2.54	AA 6061 T6	37.2598	43.8285	55.8488	73.5838	96.9846
	Acero	37.5509	44.1709	56.2851	74.1587	97.7423
5.08	AA 6061 T6	74.5197	87.6571	111.6976	147.1676	193.9693
	Acero	75.1019	88.3419	112.5703	148.3173	195.4847
7.62	AA 6061 T6	111.7795	131.4856	167.5464	220.7513	290.9539
	Acero	112.6528	132.5128	168.8554	222.4760	293.2270

Tabla 8. Frecuencias ω [ciclos/s] para placas empotradas de aleación de aluminio y de acero $\lambda=1$

Espesor [cm]	Material	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
0.635	AA 6061 T6	56.7091	115.6697	115.6697	170.5905	207.4123
	Acero	57.1521	116.5734	116.5734	171.9232	209.0327
2.54	AA 6061 T6	226.8363	462.6788	462.6788	682.3619	829.6492
	Acero	228.6085	466.2935	466.2935	687.6929	836.1309
5.08	AA 6061 T6	453.6727	925.3576	925.3576	1364.7238	1659.2984
	Acero	457.2170	932.5871	932.5871	1375.3859	1672.2619
7.62	AA 6061 T6	680.5090	1388.0364	1388.0364	2047.0857	2488.9476
	Acero	685.8255	1398.8806	1398.8806	2063.0788	2508.3928

Es atinado recordar, que en el caso de vibraciones longitudinales de una barra prismática el valor de la velocidad de propagación de una perturbación posee prácticamente el mismo valor en aluminio que en acero de aproximadamente 5030 m/s [11].

En relación a los materiales considerados es notable destacar que los valores de las frecuencias naturales son prácticamente iguales para el aluminio 6061 T6 y el acero, con algunas diferencias en las frecuencias más altas dentro del rango analizado.

El método de Ritz, relativamente sencillo de implementar, muestra ser una herramienta útil para determinar parámetros dinámicos en placas para las cuales la solución analítica adquiere cierta complejidad. Su aplicación es extensiva en la solución de problemas de placas rectangulares con complejidades adicionales en el dominio tales como huecos, elementos que modelan la operatoria de motores, contemplando asimismo materiales de características anisótropas naturales o inducidas en procesos de fabricación [12, 13].

REFERENCIAS

1. C. Clar, A. N. Scian, E. F. Aglietti, “Resistencia a la corrosión de materiales refractarios en contacto con aluminio”; Revista de la Cámara Argentina del Aluminio y Metales Afines, Abril (2008), p. 10-17.
2. I. Calia Barchese, N. Gorgulho Boncristiano, S. de Almeida Marques, “Inoculación de elementos aleantes en el aluminio” (Primera parte); Revista de la Cámara Argentina del Aluminio y Metales Afines, Abril (2008), p. 31-35.
3. Comisión Colombiana del Espacio-CCE, “Sistema estructural de satélites de observación de la Tierra. Proyecto satelital colombiano de observación de la Tierra”; Análisis Geográficos No. 40, p.64-73.
4. S. P. Timoshenko, D. H. Young, “Vibration problems in Engineering”; 1955, Van Nostrand Co. Inc.
5. A. L. Newberry, C. W. Bert, A. G. Striz, “Non integer-polynomial finite element analysis of column buckling”; Journal Structural Engineering, (ASCE) 113 (1987), p. 873-878.
6. P. A. A. Laura, J. C. Utjes, G. Sánchez Sarmiento, “Non linear optimization of the shape functions when applying the finite element method to vibration problems”; Journal of Sound and Vibration, 111 (1986), p. 219-228.
7. J. C. Utjes, G. Sánchez Sarmiento, H. C. Sanzi, P. A. A. Laura, “Non linear optimization of the shape function when solving the 2-D Helmholtz equation by means of the finite element method”; Journal of Sound and Vibration, 35 (1989), p. 21-35.
8. ALGOR[®] User Package V. 16.
9. J. R. Kissell, R. L. Ferry, “Aluminun Structures. A Guide to their Specifications and Design”; (2002), Second Edition, John Wiley & Sons, Inc.
10. A. W. Leissa, “The free vibration of rectangular plates”; Journal of Sound and Vibration, 31 (1973), p. 257-293.
11. P. A. A. Laura, C. A. Rossit, “Problemas de vibraciones en ingeniería civil”; (1997), Instituto de Mecánica Aplicada (CONICET), Departamento de Ingeniería, Univ. Nac. del Sur.
12. P. M. Ciancio, C. A. Rossit, P. A. A. Laura, “Approximate study of the free vibrations of a cantilever anisotropic plate carrying a concentrated mass”; Journal of Sound and Vibration, 302 (2007), p. 621-628.
13. C. A. Rossit, P. M. Ciancio, “Free vibrations of anisotropic rectangular plates with holes and attached masses”; Structural Engineering an Mechanics, An International Journal, 28(1) (2008), p.53-67.